

## Asociación de las resistencias en un circuito

Todos los elementos, tanto activos como pasivos, que forman parte de un circuito se pueden conectar entre sí de dos formas:

- Serie: Cuando todos los elementos son recorridos por la misma intensidad de corriente, Figura 1.

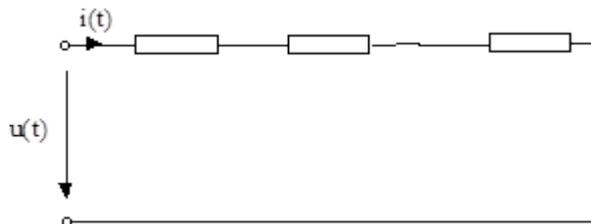


Figura 1. Asociación de elementos en serie en un circuito eléctrico.

- Paralelo: Cuando todos los elementos están sometidos a la misma tensión, Figura 2.

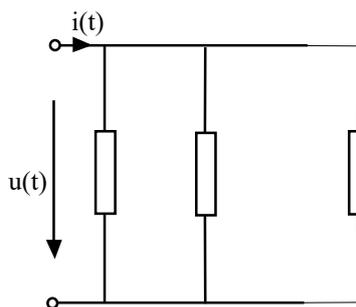


Figura 2. Asociación de elementos en paralelo en un circuito eléctrico.

### Asociaciones serie de resistencias. Divisores de tensión

Se tienen “n” resistencias en serie y se quiere determinar la resistencia equivalente. Entonces se tiene la Figura 3.

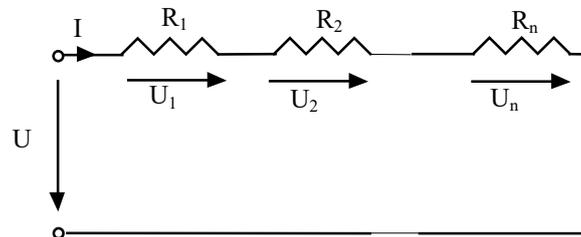


Figura 3. Asociación de n resistencias en serie.

Y se busca la Figura 4.

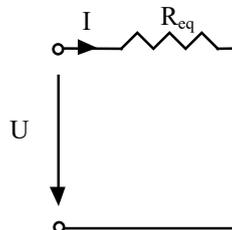


Figura 4. Resistencia equivalente de un circuito con un conjunto de resistencias en serie.

La tensión para la Figura 3 es:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + \dots + R_n \cdot I$$

De tal forma que:

$$U = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) \cdot I$$

Para el circuito de la Figura 4 se tiene:

$$U = R_{eq} \cdot I$$

Por consiguiente:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Es decir, la resistencia equivalente es igual a la suma de las resistencias.

A continuación, se calcula como se reparte la tensión entre las resistencias. Para una resistencia k se tiene:

$$U_k = R_k \cdot I$$

Y la tensión total es:

$$U = R_{eq} \cdot I$$

Entonces, si se despeja  $I$  de esta última ecuación y se sustituye en la anterior, se tiene:

$$U_k = R_k \cdot \frac{U}{R_{eq}} = \frac{R_k}{\sum_j R_j} \cdot U$$

Es decir, la tensión se reparte de forma directamente proporcional a los valores de las resistencias. A esta configuración se le denomina división de tensión.

Un caso interesante es el potenciómetro, cuyo símbolo esquemático es el representado en la Figura 5.

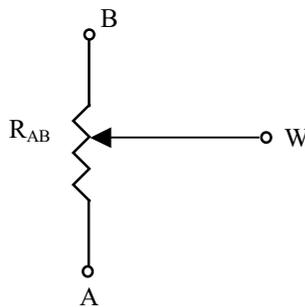


Figura 5. Representación de un potenciómetro.

Donde el terminal W es un contacto móvil o deslizador.

Para una determinada posición, el potenciómetro actúa como dos resistencias en serie, tal y como se representa en la Figura 6.

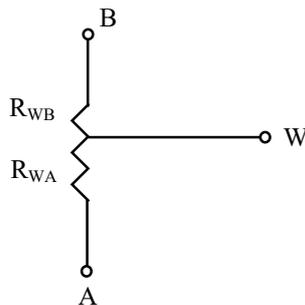


Figura 6. Representación del potenciómetro como un conjunto de resistencias en serie.

De esta manera, se tiene:

$$R_{AB} = R_{WA} + R_{WB}$$

Para obtener una tensión ajustable en una batería se puede utilizar un potenciómetro, representado por la Figura 7.

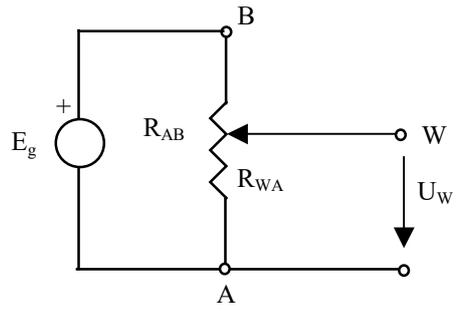


Figura 7. Batería con tensión variable.

El potenciómetro forma un divisor de tensión, representado de la siguiente forma:

$$U_W = \frac{R_{WA}}{R_{AB}} \cdot E_g$$

### Asociaciones paralelo de resistencias. Divisores de intensidad

Se tienen “ $n$ ” resistencias en paralelo y se quiere determinar la resistencia equivalente. Entonces se tiene la Figura 8.

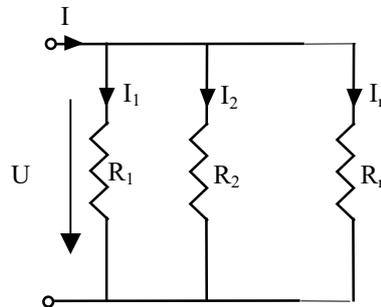


Figura 8. Asociación de  $n$  resistencias en paralelo.

Y se quiere obtener la Figura 9.

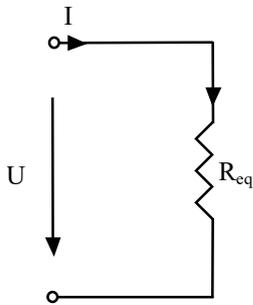


Figura 9. Resistencia equivalente de un circuito con un conjunto de resistencias en paralelo.

La intensidad para la Figura 9 es:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

Por otro lado, se cumple para cada resistencia la Ley de Ohm:

$$U = R \cdot I$$

Con lo que despejando cada una de las intensidades se tiene:

$$I_1 = \frac{1}{R_1} \cdot U$$

$$I_2 = \frac{1}{R_2} \cdot U$$

...

$$I_n = \frac{1}{R_n} \cdot U$$

Sustituyendo estas expresiones, se tiene:

$$I = \frac{1}{R_1} \cdot U + \frac{1}{R_2} \cdot U + \dots + \frac{1}{R_n} \cdot U$$

O lo que es lo mismo:

$$I = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) \cdot U$$

Para el circuito de la Figura 9 se tiene:

$$I_{eq} = \frac{1}{R_{eq}} \cdot U$$

Entonces:

$$\frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Es decir, la inversa de la resistencia equivalente es igual a la suma de las inversas de las resistencias.

A continuación, se determina como se reparte la intensidad entre las resistencias. Para una resistencia  $k$  se tiene

$$I_k = \frac{1}{R_k} \cdot U$$

Y para la resistencia equivalente:

$$I_{eq} = \frac{1}{R_{eq}} \cdot U$$

Entonces, si se despeja  $U$  de esta última ecuación:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq}}} \cdot I$$

Y se sustituye en la anterior, se tiene:

$$I_k = \frac{1}{R_k} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_{eq}}} \cdot I = \frac{\frac{1}{R_k}}{\sum_j \frac{1}{R_j}} \cdot I$$

Es decir, la intensidad se reparte de forma inversamente proporcional a los valores de las resistencias. A esta configuración se le denomina divisor de intensidad.

Un caso interesante es cuando se tienen dos resistencias, la resistencia equivalente es:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Asociando las resistencias:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

Despejando la resistencia equivalente:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1}$$

Es decir, la resistencia equivalente es el producto de las resistencias dividido por su suma. Mientras que la intensidad en cada una de las resistencias es:

$$I_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \cdot I = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}} \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Es decir, la intensidad que circula por una resistencia es el valor de la otra resistencia dividida por la suma de las resistencias por el valor de la intensidad total.